# XIV. IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

En este capítulo abordaremos una nueva forma de resolver algunos problemas cinéticos de la partícula. En especial, aquellos en que las fuerzas que se aplican sobre ella son función del tiempo. Pero la importancia de este estudio se encuentra sobre todo en los problemas de conservación de la cantidad de movimiento o moméntum.

Tendremos que introducir varios nuevos conceptos, como el de impulso lineal, impulso angular, moméntum lineal (o cantidad de movimiento lineal) y moméntum angular (o cantidad de movimiento angular).

## Impulso y cantidad de movimiento lineales

Como primera aproximación a este método, pensemos en el caso de un carro de ferrocarril que se abandona sin frenos sobre una vía recta, ligeramente inclinada. El carro comenzará a deslizarse cuesta abajo, e irá aumentando poco a poco su rapidez conforme el tiempo pase. El carro recibe un impulso, que resulta de multiplicar la resultante de las fuerzas por el tiempo en que actúe, y sufre un aumento de su cantidad de movimiento, que es el producto de su masa por la velocidad que adquiera ($m\bar{v}$). Tanto el impulso como la cantidad de movimiento son cantidades vectoriales.

Habíamos escrito la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

$$\sum \bar{F} = k\frac{d(m\overline{v)}}{dt}$$

Y la podemos transformar (dando a $k$ valor de 1, mediante un sistema de unidades consistente) en

$$\sum \bar{F} dt = m d\bar{v}$$

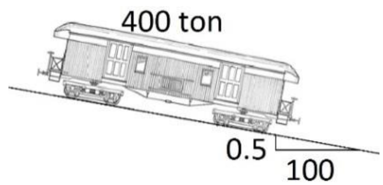
$$\int_1^2 \sum \bar{F} dt = m \int_1^2 d\bar{v}$$

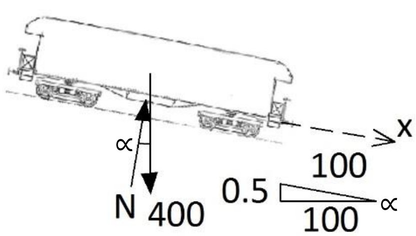
$$\boxed{\int_1^2 \sum \bar{F} dt = m(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)}$$

El primer miembro la última expresión es el impulso, mientras que el segundo es el incremento de la cantidad de movimiento.

Podemos definir el impulso como *el producto de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo por el tiempo durante el cual lo mueven*. Importa notar que si una fuerza no mueve al cuerpo, no produce ningún impulso.

*Ejemplo.* Un carro de ferrocarril de 400 ton de peso se abandona en reposo sobre una vía recta que tiene una pendiente del medio por ciento. Despreciando toda resistencia al movimiento del carro, diga cuál será su rapidez cinco segundos después.




$$\int_0^5 \sum \bar{F} dt = m(\bar{v}_5 - \bar{v}_0)$$

Como $\sum \bar{F}$ es constante:

$$\sum \bar{F} \Delta t = m(\bar{v}_5 - \bar{v}_0)$$

Proyectando sobre el eje de las equis

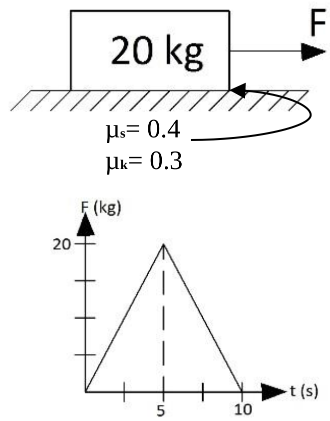
$$\sum F_x \Delta t = m(v_5 - 0)$$

$$400\left(\frac{0.5}{100}\right)5 = \left(\frac{400}{9.81}\right)v_5$$

$$v_5 = \frac{9.81(0.5)(5)}{100}$$

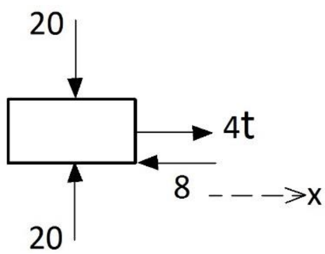
$$\boxed{v_5 = 0.245 \text{ m/s}}$$

*Ejemplo*. Un cuerpo de 20 kg colocado sobre una superficie horizontal rugosa se somete a la acción de una fuerza horizontal que varía conforme con la gráfica de la figura. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el cuerpo y la superficie son 0.4 y 0.3, respectivamente. Determine: *a)* En qué tiempo comienza el cuerpo a moverse. *b)* Cuál será su velocidad cuando t = 5 s. *c)* La máxima velocidad que alcanzará el cuerpo.



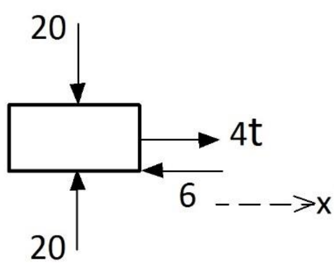

La pendiente de la recta de la primera parte de la gráfica es 20/5, de modo que la fuerza $F$ se puede expresar como $F = 4t$.

Para investigar en qué tiempo comienza el movimiento, dibujaremos un diagrama de cuerpo libre del cuerpo cuando esté a punto de moverse; es decir, que la fuerza de fricción sea la estática máxima.




$$\sum F_x = 0$$
$$4t - 8 = 0$$
$$\boxed{t = 2\text{ s}}$$

Ahora el diagrama de cuerpo libre representa un instante cualquiera entre 2 y 5 s. La fuerza de fricción es ahora la cinética. Y emplearemos la fórmula del impulso y el incremento de la cantidad de movimiento.




$$\int_2^5 \sum \bar{F} dt = m(\bar{v}_5 - \bar{v}_2)$$

Como el movimiento tiene dirección del eje de las equis:

$$\int_2^5 \sum F_x dt = m(v_5 - 0)$$

$$\int_2^5 (4t-6)dt = \frac{20}{9.81}v_5$$
$$(2t^2-6t)\Big|_2^5 = \frac{20}{9.81}v_5$$
$$20+4 = \frac{20}{9.81}v_5$$
$$v_5 = \frac{24(9.81)}{20}$$

$$\boxed{v_5 = 11.77 \text{ m/s} \longrightarrow}$$

A partir de $t = 5$ s la fuerza puede expresarse como $F = 20 - 4t$ (volviendo a darle a $t$ valor de 0, para facilitar las operaciones), e investigamos en qué instante alcanza la velocidad máxima, sabiendo que la velocidad seguirá aumentando hasta que el sistema de fuerzas esté en equilibrio:

$$\sum F_x = 0$$
$$20-4t-6=0$$
$$4t=14$$
$$t=3.5$$

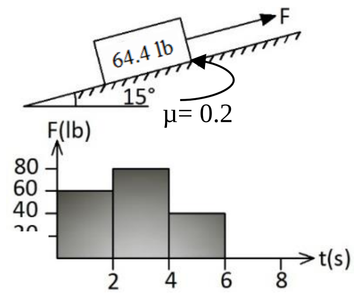
y la velocidad en ese instante será

$$\int_0^{3.5} \sum F_x dt = m(v_{max} - 11.77)$$
$$(14t-2.5t^2)\Big|_0^{3.5} = \frac{20}{9.81}(v_{max} - 11.77)$$
$$18.375 = \frac{20}{9.81}(v_{max} - 11.77)$$

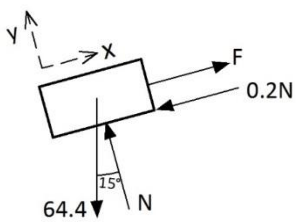
$$\frac{18.375(9.81)}{20} = (v_{max} - 11.77)$$

$$\boxed{v_{max} = 20.8 \text{ m/s} \longrightarrow}$$

*Ejemplo*. Una fuerza, cuya magnitud varía conforme se muestra en la gráfica de la figura, jala hacia arriba un cuerpo de 64.4 lb de peso, que reposa en una superficie rugosa inclinada 15°. Sabiendo que el coeficiente de fricción cinética entre el cuerpo y la superficie es 0.2, determine la velocidad de cuerpo cuando t = 8 s.

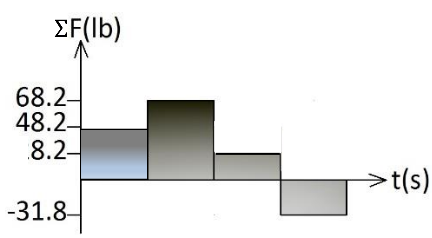



Dibujamos un diagrama de cuerpo libre para cualquier instante del movimiento del cuerpo, teniendo en cuenta que el movimiento comienza desde que t = 0 y que salvo F, las demás fuerzas son constantes. Investigamos la magnitud de todas las fuerzas en la dirección del movimiento.




$$\sum F_y = 0$$
$$N - 64.4\cos(15) = 0$$
$$N = 75.74$$
$$\sum F_x = F - 0.2N - 64.4sen(15)$$
$$\sum F_x = F - 31.8$$

Puesto que la integral de la suma de fuerzas en dirección del movimiento, que es el impulso que recibe el cuerpo, se puede representar como el área contenida bajo la función, dibujamos una gráfica de la suma de fuerzas en dirección del eje de las equis.




$$\int_v^8 \sum F_x dt = A$$
$$A = 28.2(2) + 68.2(2)$$
$$+42.2(2) - 31.8(2)$$
$$A = 2(28.2 + 68.2 + 42.2 - 31.8)$$
$$A = 216$$

Como el impulso es igual al incremento de la cantidad de movimiento, escribimos

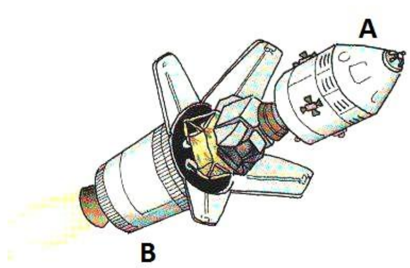
$$216 = m(v_8 - v_0)$$

$$216 = \frac{64.4}{32.2} v_8$$
$$216 = 2v_8$$
$$\boxed{v_8 = 108.3\ \text{ft/s} \measuredangle 15°}$$

# Conservación de la cantidad de movimiento lineal

En el problema anterior, el movimiento del cuerpo estaba causado por una fuerza, que representamos mediante un vector. Sin embargo, no hemos de perder de vista que las fuerzas son producidas por cuerpos. Y si uno recibe cierta acción de otro, este último sufre la misma acción, pero en sentido contrario. Así, cuando solamente dos cuerpo interactúan entre sí, el impulso ocasionado por uno, es igual al producido por el otro, pero con signo contrario, según establece la tercera ley de Newton.

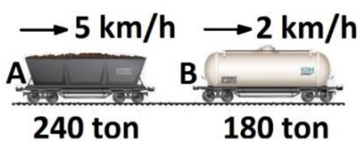
Pensemos en un sistema aislado de dos cuerpos; por ejemplo una nave espacial que arroja uno de sus módulos: el impulso que el cohete causa al módulo es igual al que el módulo produce sobre el cohete. Podemos escribir, por tanto




$$\int_1^2 -\sum \bar{F}_A dt = \int_1^2 \sum \bar{F}_B dt$$
$$-(m_A\bar{v}_{A2} - m_A\bar{v}_{A1}) = m_B\bar{v}_{B2} - m_B\bar{v}_{B1}$$
$$-m_A\bar{v}_{A2} + m_A\bar{v}_{A1} = m_B\bar{v}_{B2} - m_B\bar{v}_{B1}$$
$$\boxed{m_A\bar{v}_{A1} + m_B\bar{v}_{B1} = m_A\bar{v}_{A2} + m_B\bar{v}_{B2}}$$

Lo que significa que la cantidad de movimiento antes de una acción mutua, se conserva después de ella. A tal expresión la podemos llamar fórmula de la conservación de la cantidad de movimiento lineal.

*Ejemplo*. Un carro de ferrocarril *A* de 240 ton se nueve a 5 km/h sobre una vía horizontal recta, y alcanza, para aco-plarse con él, a otro carro, *B*, de 180 ton, que avanza a 2 km/h. Diga cuál será la velocidad común de los carros después del acoplamiento.

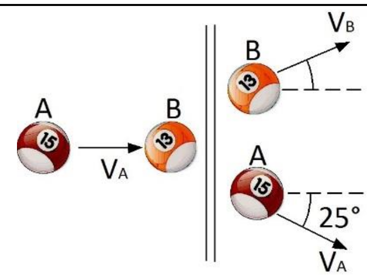



$$m_A\bar{v}_{A1} + m_B\bar{v}_{B1} = m_A\bar{v}_{A2} + m_B\bar{v}_{B2}$$

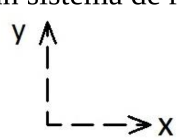
Esta expresión, que es de índole vectorial, podemos emplearla en este caso escalarmente, ya que todas las velocidades tienen la misma dirección horizontal. Como todos los términos tienen las mismas unidades, no es nece-sario realizar ninguna conversión.

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$
$$v_{A2} = v_{B2} = v_2$$
$$240(5) + 2(180) = 240v_2 + 180v_2$$
$$1560 = 420v_2$$
$$v_2 = \frac{1560}{420}$$
$$\boxed{v_2 = 3.71\text{ km/h } \rightarrow}$$

*Ejemplo.* Una bola de billar *A*, que se mueve con una rapidez de 18 ft/s, golpea otra, *B*, de igual masa, que se halla en reposo. Después del golpe, la bola *A* se ha desviado 25° y su rapidez se ha reducido a 12 ft/s. Diga con qué velocidad se mueve la bola *B*.




Elegimos un sistema de referencia y la ecuación vectorial




$$m_A\bar{v}_{A1} + m_B\bar{v}_{B1} = m_A\bar{v}_{A2} + m_B\bar{v}_{B2}$$

la convertimos en dos ecuaciones escalares. Comenzaremos por las com-ponentes horizontales, pero como las masas son iguales, queda

$$v_{A1x} + v_{B1x} = v_{A2x} + v_{B2x}$$
$$18 + 0 = 12\cos(25) + v_{B2x}$$
$$v_{B2x} = 18 - 12\cos(25)$$
$$v_{B2x} = 7.124$$

Para las componentes verticales tenemos

$$v_{A1y} + v_{B1y} = v_{A2y} + v_{B2y}$$
$$0 = -12sen(25) + v_{B2y}$$
$$v_{B2y} = 5.071$$

Componiendo la velocidad resulta

$$v_{B2} = \sqrt{7.124^2 + 5.071^2}$$
$$tan\theta = \frac{5.071}{7.124}$$
$$\boxed{v_{B2} = 8.75\ \text{ft/s} \measuredangle 35°}$$

*Ejemplo.* Un pescador de 40 kg reposa sobre su lancha de 120 kg. Si el pescador camina hacia la derecha hasta alcanzar una rapidez de 4 m/s, relativa a la lancha, ¿qué velocidad tendrá la lancha?

La expresión escalar de la conservación del moméntum, considerando positivas las velocidades hacia la derecha, son suficientes para resolver el problema. Sea *A* el pescador, *B*, la lancha

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$
$$0 = 40v_{A2} + 120v_{B2}$$

Sabemos que

$$v_{A2} = 4 + v_{B2}$$

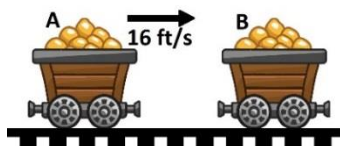
Por lo tanto

$$0 = 40(4 + v_{B2}) + 120v_{B2}$$
$$0 = 160 + 40v_{B2} + 120v_{B2}$$
$$-160v_{B2} = 160$$
$$v_{B2} = -1$$

El signo negativo significa que la lancha se moverá hacia la izquierda

$$\boxed{v_{B2} = 1 \text{ m/s} \longleftarrow}$$

*Ejemplo.* Un carro de mina *A* se mueve a 16 ft/s cuando golpea a otro, *B*, que reposa sobre la misma vía horizontal recta. Los dos carros tienen igual masa. Si se sabe que, a causa del impacto, se pierde el 37.5 % de la energía cinética, ¿cuál será la rapidez de cada carro después del choque?




Plantearemos la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento considerando sentido positivo hacia la derecha y dividiendo entra la masa

$$v_{A1} + v_{B1} = v_{A2} + v_{B2}$$
$$16 + 0 = v_{A2} + v_{B2}$$
$$v_{A2} = 16 - v_{B2} \ldots (1)$$

Ahora emplearemos el dato de la perdida de energía cinética

$$\frac{1}{2}mv_{A1}^2 + \frac{1}{2}mv_{B1}^2(1 - 0.375) = \frac{1}{2}mv_{A2}^2 + \frac{1}{2}mv_{B2}^2$$
$$(v_{A1}^2 + v_{B1}^2)0.625 = v_{A2}^2 + v_{B2}^2 \ldots (2)$$

de (1) y (2)

$$(256 + 0)0.625 = 256 - 32v_{B2} + 2v_{B2}^2$$
$$160 = 256 - 32v_{B2} + 2v_{B2}^2$$
$$v_{B2}^2 - 16v_{B2} + 48 = 0$$

Factorizando

$$(v_{B2} - 12)(v_{B2} - 4) = 0$$

Por lo tanto

$$(v_{B2})_1 = 4$$
$$(v_{B2})_2 = 12$$

Al tratar de elegir la velocidad final del carro *B*, vemos que las dos raíces obtenidas son, una del carro *A*, otra del *B*, pues sumadas dan 16.

Necesariamente la velocidad menor corresponde al carro *A*, la mayor al *B*.

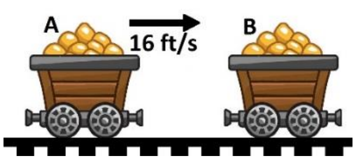
$$\boxed{v_{A2} = 4\ \mathrm{ft}/s\ \rightarrow} \boxed{v_{B2} = 16\ \mathrm{ft}/s\ \rightarrow}$$

## Impacto

En lo problemas de conservación del moméntum que preceden al de los carros de mina, se ha supuesto que la energía cinética del sistema se conserva, lo cual difícilmente sucede, pues los golpes suelen disipar energía mecánica, transformándola en deformaciones permanente, ruido, etc. Sin embargo, tampoco es práctica la determinación de la pérdida de energía. Es más usual resolver este tipo de problemas mediante una medida de la elasticidad de los materiales involucrados que se llama *coeficiente de restitución*. Dicho coeficiente se establece de acuerdo con las velocidades relativas de los cuerpos entre sí antes y después del impacto.

Retomaremos el problema de los carros de mina, suponiendo que no se pierde nada de la energía cinética original.

*Ejemplo*. Un carro de mina *A* se mueve a 16 ft/s cuando golpea a otro, *B*, que reposa sobre la misma vía horizontal recta. Los dos carros tienen igual masa. Si se sabe que, a pesar del impac-to, se conserva toda la energía cinética original, ¿cuál será la rapidez de cada carro después del choque?




La ecuación de la conservación del momentum queda igual que en el caso anterior:

$$v_{A2} = 16 - v_{B2} \ldots (1)$$

Y la ecuación de la conservación de la energía cinética queda como sigue:

$$\frac{1}{2}mv_{A1}^2 + \frac{1}{2}mv_{B1}^2 = \frac{1}{2}mv_{A2}^2 + \frac{1}{2}mv_{B2}^2$$
$$v_{A1}^2 = v_{A2}^2 + v_{B2}^2$$
$$256 = v_{A2}^2 + v_{B2}^2 \ldots (1)$$

de (1) y (2)

$$256 = 256 - 32v_{B2} + 2v_{B2}^2$$
$$2v_{B2}^2 - 32v_{B2} = 0$$
$$v_{B2}^2 - 16v_{B2} = 0$$
$$(v_{B2})_1 = 0$$
$$v_{B2} - 16 = 0$$
$$(v_{B2})_2 = 16$$

$$\boxed{v_{A2} = 0} \quad \boxed{v_{B2} = 16 \text{ ft/s } \rightarrow}$$

Como en el caso anterior, una de las raíces es la velocidad final de *A*, la otra, la de *B*. El carro *A* se quedará quieto, mientras que el *B* adquirirá una rapidez de 16 ft/s. Esto ocurre cuando el impacto es perfectamente elástico.

Hemos de observar que en el caso del choque perfectamente elástico la velocidad relativa de *A* respecto a *B* antes del impacto es igual a la velocidad relativa de *B* respecto a *A* después del impacto. Simbólicamente:

$$(v_{A/B})_1 = (v_{A/B})_2$$
$$v_{A1} - v_{B1} = v_{B2} - v_{A2}$$

En cambio, en el caso en que hubo pérdida de energía cinética, la velocidad relativa de los cuerpos después de impacto es menor que antes; o sea que se necesita multiplicar la velocidad relativa inicial por un factor: dicho factor es el *coeficiente de restitución*:

$$(16 - 0)e = 12 - 4$$
$$e = \frac{8}{16} = 0.5$$

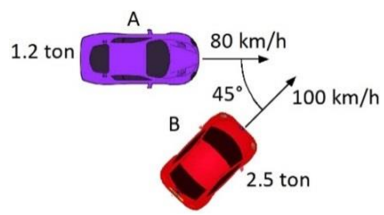
Generalizando:

$$(v_{A1} - v_{B1})e = (v_{B2} - v_{A2})$$
$$e = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{B1}}$$

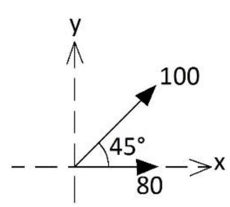
Cuando, después de un impacto, los dos cuerpos adquieren la misma velocidad —su velocidad relativa es nula— el coeficiente es cero, y el choque es perfectamente plástico.

El *coeficiente de restitución* es, pues, un número adimensional comprendido entre cero y uno.

*Ejemplo.* Un automóvil *A* viaja hacia el Este a 80 km/h mientras un automóvil *B* se dirige hacia el Noreste a 100 km/h. Las masas de los vehículos son, respectivamente, 1.2 y 2.5 ton y sufren una colisión. Si el coeficiente de restitución entre los materiales es 0.75, ¿cuál será la velocidad de cada uno de los vehículos después del impacto?




Después de elegir un sistema de referencia, plantearemos las cuatro ecuaciones que se generan: dos de la conservación de la cantidad de movimiento, y los empleando el coeficiente de restitución. Comenzaremos por las correspondientes a las componentes horizontales.




$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$
$$1.2(80) + 2.5(100)\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.2v_{A2x} + 2.5v_{B2x}$$
$$272.8 = 1.2v_{A2x} + 2.5v_{B2x} \;...\,(1)$$
$$(v_{A1x} - v_{B1x})e = v_{B2x} - v_{A2x}$$
$$\left(80 - 100\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)0.75 = v_{B2x} - v_{A2x}$$
$$6.967 = v_{B2x} - v_{A2x} \;...\,(2)$$

Multiplicando esta ecuación por 1.2 y sumándola a (1)

$$281.2 = 3.7v_{B2x}$$
$$v_{B2x} = 76$$

De (2)

$$v_{A2x} = 69.03$$

Repetimos el procedimiento con las componentes verticales

$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$0 + 2.5(100)\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.2v_{A2y} + 2.5v_{B2y}$$

$$176.72 = 1.2v_{A2y} + 2.5v_{B2y} \ldots (3)$$

$$(v_{A1y} - v_{B1y})e = v_{B2y} - v_{A2y}$$

$$\left(-100\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)0.75 = v_{B2y} - v_{A2y}$$

$$-53.03 = v_{B2y} - v_{A2y} \ldots (4)$$

Multiplicando esta ecuación por 1.2 y sumándola a (3)

$$113.1 = 3.7v_{B2x}$$

$$v_{B2y} = 30.56$$

De (4)

$$v_{A2y} = 83.6$$

Componiendo la velocidad resulta

$$v_{A2} = \sqrt{69.03^2 + 83.6^2}$$

$$tan\theta = \frac{83.6}{69.03}$$

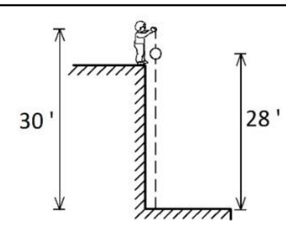
$$\boxed{v_{A2} = 108.4 \text{ km/h} \;\measuredangle 50.5°}$$

$$v_{B2} = \sqrt{76^2 + 30.56^2}$$

$$tan\theta = \frac{30.56}{76}$$

$$\boxed{v_{B2} = 81.9 \text{ km/h} \;\measuredangle 21.9°}$$

*Ejemplo.* Un niño deja caer una pelota desde una altura de 30 ft y la pelota rebota sólo 28 ft. ¿Cuál es el coeficiente de restitución entre la pelota y el suelo?



Comenzaremos calculando la rapidez con la que la pelota llega al suelo:

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$
$$v_1 = \sqrt{2(32.2)30} = 43.95(\downarrow)$$

Ahora determinamos la velocidad con que se despega del suelo, sabiendo que alcanza una altura de 28 ft:

$$v_1 = \sqrt{2(32.2)28} = 42.46(\uparrow)$$

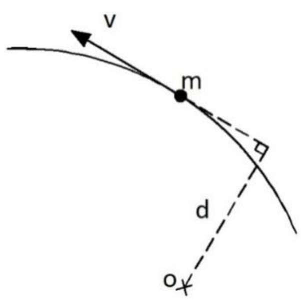
Puesto que el cuerpo con el que choca la pelota es la Tierra, cuya velocidad es nula tanto antes del impacto como después, la ecuación del coeficiente de restitución queda como sigue:

$$e = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{B1}}$$
$$e = \frac{42.46 - 0}{0 - (-43.95)}$$
$$\boxed{e = 0.966}$$

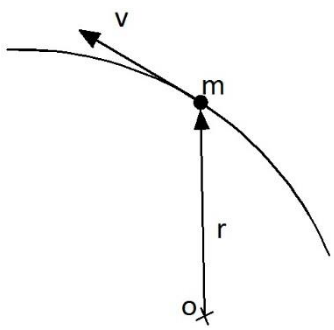
Hemos asignado un signo negativo a una de las velocidades porque tienen sentidos contrarios.

# Impulso y cantidad de movimiento angulares

El tema de impulso y moméntum angulares es más propio del estudio de movimiento del cuerpo rígido. Sin embargo, la conservación de la cantidad de movimiento angular es muy útil en el estudio de la partícula.




Comenzaremos definiendo moméntum o cantidad de movimiento angular. Nos conviene comenzar estableciendo la siguiente proporción: una fuerza es al moméntum lineal, lo que el momento de una fuerza es al momentum angular. Llamaremos moméntum angular de una partícula respecto a un punto *O* al pro-




ducto del moméntum lineal de un punto por la distancia de una recta paralela al moméntum, que pase por la partícula, al punto *O*. Simbólicamente:

$$H_0 = m\, v\, d$$

Se puede decir, pues, que el moméntum angular es el momento del moméntum lineal. Y expresado en lenguaje vectorial, sería

$$\overline{H_0} = \bar{r} \times m\bar{v}$$

Por otro lado, el momento de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula respecto al mismo punto *O*, se puede calcular mediante el producto vectorial

$$\Sigma\overline{M_0 F} = \bar{r} \times \Sigma\bar{F} = \bar{r} \times m\bar{a} = \bar{r} \times m\frac{d\bar{v}}{dt}$$

e integrando obtenemos

$$\int \Sigma\overline{M_0 F}\, dt = \bar{r} \times md\bar{v}$$

$$\Sigma\overline{M_0 F}dt = \bar{r} \times m\bar{v}_2 - \bar{r} \times m\bar{v}_1$$

$$\boxed{\Sigma\overline{M_0 F}dt = \overline{H_{02}} - \overline{H_{01}}}$$

El primer miembro corresponde al *impulso angular*, y la fórmula obtenida significa que el impulso angular es igual al incremento de la cantidad de movimiento angular.

# Conservación de la cantidad de movimiento angular

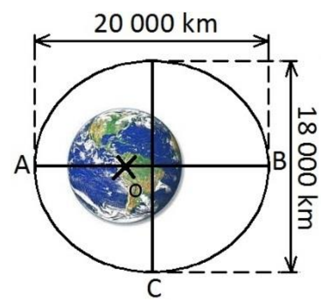
En sistemas cerrados, en los que los cuerpos solamente se ejercen fuerzas entre sí conservan también a cantidad de movimiento angular, Y podemos escribir

$$m_A v_{A1} d_{A1} + m_B v_{B1} d_{B1} = m_A v_{A2} d_{A2} + m_B v_{B2} d_{B2}$$

Cuando se trata del movimiento de una sola partícula, entonces

$$\boxed{v_1 d_1 = v_2 d_2}$$

*Ejemplo.* Un aerolito se mueve alrededor de la Tierra describiendo una trayectoria elíptica, cuyos ejes mayor y menor son de 20 000 y 18 000 km. El perigeo *A* se halla a 400 km de la superficie de la Tierra, como se muestra en la figura, y la velocidad del aerolito al pasar por él es de 48 000 km/h. Calcule la rapidez del aerolito al pasar por el apogeo *B* y por el punto *C*. Considere de 6370 km el radio de la Tierra.

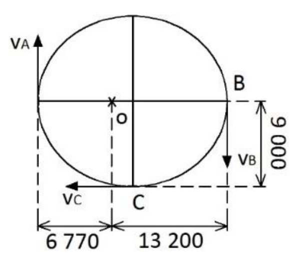



En cualquier instante, el aerolito está sujeto exclusivamente a la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre él (se trata de un movimiento de *fuerza central*), de modo que la cantidad de movimiento angular respecto al centro de la Tierra tiene que permanecer inalterado.

Podemos escribir, por tanto

$$mv_A d_A = mv_B d_B = mv_c d_c$$
$$v_A d_A = v_B d_B = v_c d_c$$

Las distancias del centro de la Tierra a las rectas paralelas a los vectores velocidad en cada uno de los puntos de interés resultan muy sencillas de calcular:




$$v_B \frac{48000(6700)}{13230}$$
$$\boxed{v_B = 24600 \text{ km/h}}$$

$$v_B \frac{48000(6700)}{9000}$$
$$\boxed{v_B = 36100 \text{ km/h}}$$

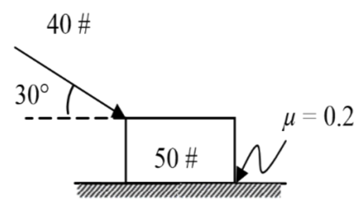
Los conceptos de impulso angular y cantidad de movimiento angular son más útiles en el estudio del cuerpo rígido. Como dijimos arriba se puede establecer un paralelismo entre fuerza e impulso lineal, y entre par de fuer-zas e impulso angular, como se verá en el último capítulo.

Serie de ejercicios de Dinámica
**IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

1. ¿Qué cantidad de movimiento lineal posee un carro de ferrocarril de 75 ton, que viaja a 54 km/h?

(*Sol.* 1125 ton·m/s)

2. Determine la rapidez lineal que alcanzará un cuerpo de 50 lb si, partiendo del reposo, sobre él actúa durante 10 s una fuerza de 40 lb que forma con la horizontal un ángulo de 30º. El coeficiente de fricción cinética entre el cuerpo y la superficie horizontal es 0.2.

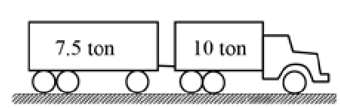



(*Sol.* 132.9 ft/s)

3. Una bola de billar, al ser golpeada por el taco, adquiere una rapidez de 16 m/s. Sabiendo que la bola es de 150 g y suponiendo que el golpe duró 1/400 s, calcule el impulso que recibió la bola y la magnitud de la fuerza promedio que actuó sobre ella.

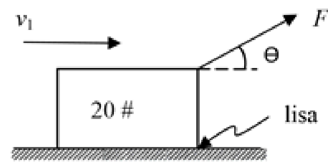
(*Sol.* 0.245 kg·s; *F* = 97.9 kg)

4. Un camión y su remolque, partiendo del reposo, tardan 50 s en alcanzar los 60 km/h. Despreciando la resistencia de las ruedas al rodamiento, determine la tensión del acoplamiento y la fuerza de tracción ejercida por el pavimento sobre el camión. Éste pesa 10 ton; el remolque, 7.5.

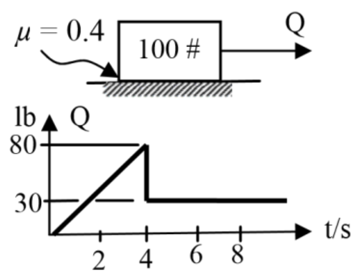



(*Sol.* *T* = 255 kg;
*F* = 595 kg)

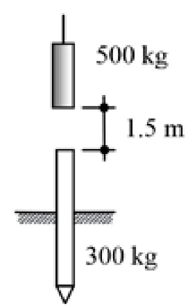
5. Un cuerpo de 20 lb se mueve sobre una superficie lisa con una velocidad $v_1$ = 3 ft/s hacia la derecha. Si se le aplica una fuerza $F$ de 4 lb cuya dirección forma un ángulo $\theta = \pi t/10$ (con $\theta$ en rad y $t$ en s), ¿cuál será su rapidez cuando $t$ = 15 s? Si antes de ese tiempo el cuerpo se detuvo, diga cuándo.
(*Sol.* $v$ = 17.50 ft/s ←; $t$ = 10.47 s)



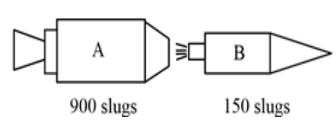

6. Un cuerpo de 100 lb que está originalmente en reposo, se somete a la acción de la fuerza $Q$ cuya magnitud varía según se muestra en la gráfica. Considerando iguales y de 0.4 los coeficientes de fricción estática y cinética entre el cuerpo y la superficie, determine la máxima rapidez que alcanza el cuerpo y el tiempo durante el cual se mueve.
(*Sol.* $v_{máx}$ = 12.88 ft/s; $t$ = 6 s)




7. El martillo de 500 kg de una piloteadora se suelta desde el reposo, 1.5 m arriba de un pilote de 300 kg parcialmente hincado. Se observa que el martillo no rebota al golpear el pilote. Determine la rapidez conjunta de los cuerpos inmediatamente después del impacto.
(*Sol.* 3.39 m/s)




8. Dos módulos de un cohete espacial viajan a diez mil millas por hora cuando una explosión interna los separa. Después de la explosión, el módulo $B$ incrementa su velocidad a 10 500 mi/h. ¿Cuál es la rapidez del módulo $A$? Las masas de $A$ y $B$ en el instante de la separación son 900 y 150 slugs respectivamente.
(*Sol.* 9920 mi/h)



9. Una bola de billar *A* se mueve con una rapidez lineal de 70 cm/s y golpea una bola igual, *B*, en reposo. Si, después del impacto, *A* tiene una velocidad de 40 cm/s en una dirección de 30º respecto a su trayectoria original, calcule la rapidez de la bola *B*.

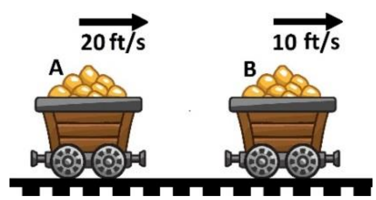
(*Sol.* 40.6 cm/s)

10. Cinco niños de 80 lb cada uno, corren juntos desde un extremo de un carro de ferrocarril que inicialmente está en reposo y sin frenos, hasta alcanzar una rapidez, relativa al carro, de 25 ft/s. Determine la rapidez que adquiere el carro, sabiendo que su peso es de 60 kips.

(*Sol.* 0.1656 ft/s)

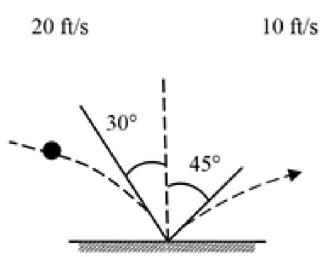
11. Dos carros de mina, de igual masa, se desplazan sobre una vía recta horizontal. El carro *A* tiene una rapidez de 20 y el *B*, de 10 ft/s. Si el coeficiente de restitución entre ellos es 0.6, diga cuál será la velocidad de cada uno después del impacto.

(*Sol.* $v_A$ = 12 ft/s →; $v_B$ = 18 ft/s →)



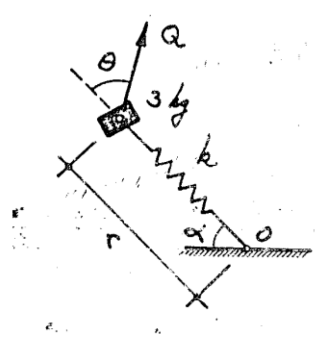

12. Al caer en el piso, la velocidad de una pelota forma un ángulo de 30º respecto a la vertical, pero rebota for-mando un ángulo de 45º respecto a esa misma línea. ¿Cuál es el coeficiente de restitución entre la pelota y el piso?

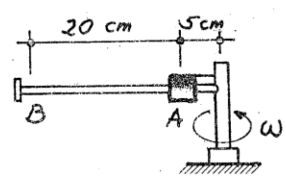
(*Sol.* e = 0.577)




13. Un cuerpo de 3 kg de masa se mueve sobre una superficie horizontal lisa por la acción del resorte y la fuerza *Q* que se muestran en la figura. El moméntum angular del cuerpo en cualquier instante es $H_o = 5t$, donde $H_o$ está en N·m y *t* en s. Determine la magnitud de *Q* en el instante en que *t* = 6 s. Considere que *r* = 0.2 m, $\Theta = 60°$ y $\alpha = 45°$.

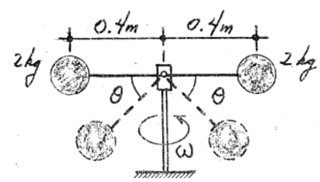
*(Sol.* 28.9 N*)*






14. Un collar *A*, que se encuentra sujeto al eje del mecanismo mediante una cuerda, tiene una rapidez de 40 centímetros por segundo. Determine la rapidez que adquirirá al llegar al extremo *B*, si se corta la cuerda. El brazo giratorio es liso y de masa despreciable.

*(Sol.* 8 cm/s*)*




15. El mecanismo con las dos esferas de 2 kilogramos de masa cada una gira alrededor de un eje vertical, con una rapidez angular ω de 12 radianes por segundo. Por medio de un dispositivo interior que no interfiere con la libre rotación del mecanismo, se bajan paulatinamente los brazos. Diga qué valor debe alcanzar el ángulo *Θ* para que la rapidez angular del mecanismo alcance los 24 rad/s. Tenga en cuenta que la rapidez angular del conjunto es igual a la rapidez de las esferas entre el radio de su trayectoria: ω = *v/*r..

*(Sol.* 45°*)*